2.9.2 Obecná exponenciální funkce

Př. 1: Úpravou výrazu dokaž, že platí: $y=\frac{2^{x+1}}{2}=2^x$.

Př. 2: Rozhodni, která čísla můžeme použít jako základ exponenciální funkce $y=a^x$.

$\Rightarrow$ jako základ exponenciální funkce můžeme použít pouze kladná reálná čísla $\Rightarrow$ $a\in(0;\infty)$.
Z čísel, která lze použít jako základ exponenciální funkce vylučujeme ještě číslo 1, protože pro všechna $x\in R$ platí $1^x=1$. Funkce $y=1^x$ je tedy konstantní funkcí $y=1$.

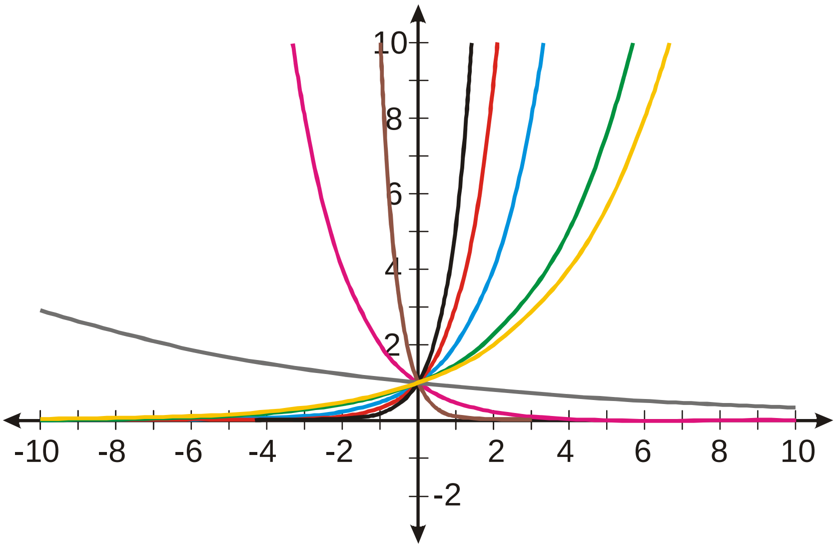
Exponenciální funkcí nazveme každou funkci ve tvaru $y=a^x$, kde $a\in R^+-\{1\}$. Je definována pro všechna $x\in R$.

Př. 3: Nakresli do jednoho obrázku grafy funkcí $y=2^x$, $y=3^x$, $y=\left(\frac{3}{2}\right)^x$ a $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

K vyřešení úlohy využij graf funkce $y=2^x$.

Př. 4: Dokresli do obrázku z předchozího příkladu bez počítání hodnot grafy funkcí:

a) $y=5^x$ b) $y=0{,}1^x$ c) $y=0{,}9^x$ d) $y=\sqrt{2}^x$



Př. 5: Na základě řešení předchozích příkladů rozděl povolené hodnoty základu *a* na dvě skupiny tak, aby v každé skupině měly všechny funkce $y=a^x$ podobné vlastnosti. Pro každou skupinu tyto vlastnosti vypiš.

Př. 6: Nakresli do jednoho obrázku grafy funkcí $y=2^{-x}$ a $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. Zjištěná fakta vysvětli.

Graf funkce $y=2^{-x}$ se shoduje s grafem funkce $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ $\Rightarrow$ obě funkce jsou shodné.

Zkusíme upravit předpis: $y=2^{-x}=\left(2^{-1}\right)^x=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. Opravdu shodné funkce.

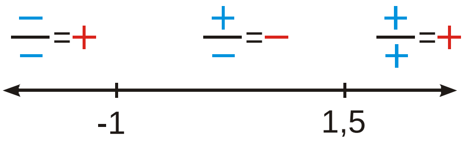
Př. 7: Urči všechny hodnoty parametru p tak, aby funkce $y=\left(\frac{p+1}{2p-3}\right)^x$ byla:

a) exponenciální funkce,
b) rostoucí exponenciální funkce.

a) exponenciální funkce

Pro základ exponenciální funkce platí: $a=\frac{p+1}{2p-3}>0 \Rightarrow$ běžná nerovnice v podílovém tvaru.

Nulové body: $p+1=0 \Rightarrow p=-1$, $2p-3=0 \Rightarrow p=\frac{3}{2}$.



$K=(-\infty;-1)\cup\left(\frac{3}{2};\infty\right)$

Ještě musíme vyloučit $a=\frac{p+1}{2p-3}=1$. $\quad p+1=2p-3 \Rightarrow p=4$

Exponenciální funkce je dána předpisem $y=\left(\frac{p+1}{2p-3}\right)^x$ pro $p\in(-\infty;-1)\cup\left(\frac{3}{2};\infty\right)-\{4\}$

b) rostoucí exponenciální funkce

Pro základ rostoucí exponenciální funkce platí: $a=\frac{p+1}{2p-3}>1$

Bod přetržení: $2p-3=0 \Rightarrow p=\frac{3}{2}$, nulový bod $a=\frac{p+1}{2p-3}=1 \Rightarrow p=4$.

- Interval $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$, například číslo 0: $\frac{0+1}{2\cdot 0-3}>1 \Rightarrow -\frac{1}{3}>1 \Rightarrow$ neplatí.
- Interval $\left(\frac{3}{2};4\right)$, například číslo 2: $\frac{2+1}{2\cdot 2-3}>1 \Rightarrow 2>1 \Rightarrow$ platí.
- Interval $(4;\infty)$, například číslo 10: $\frac{10+1}{2\cdot 10-3}>1 \Rightarrow \frac{11}{17}>1 \Rightarrow$ neplatí.

Exponenciální funkce daná předpisem $y=\left(\frac{p+1}{2p-3}\right)^x$ je rostoucí pro $p\in\left(\frac{3}{2};4\right)$.

Př. 8: Porovnej čísla $\sqrt{2}^{\sqrt{\pi}}$ a $\sqrt{3}^{\sqrt{\pi}}$.

Platí $\sqrt{2}<\sqrt{3} \Rightarrow$ graf funkce $y=\sqrt{3}^x$ je strmější než graf funkce $y=\sqrt{2}^x$. Pro všechna $x>0$ jsou hodnoty funkce $y=\sqrt{3}^x$ větší než hodnoty funkce $y=\sqrt{2}^x \Rightarrow$ tedy platí $\sqrt{2}^{\sqrt{\pi}}<\sqrt{3}^{\sqrt{\pi}}$.

Př. 9: Petáková:
strana 30/cvičení 62
strana 30/cvičení 65 a) b) c)